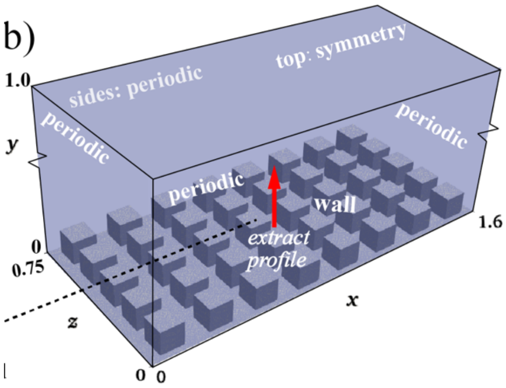
Model: Periodic boundary conditions in both the x and z directions, with the ground and cubes as walls, and the top as a symmetry boundary.



Temperature: The ambient temperature is 292K, while the ground temperature is 332K. The Boussinesq approximation is used.

Objective: Prevent heat accumulation in the periodic domain.

Problem: A practical approach was previously used, where a feedback heat sink term was defined based on the difference in total enthalpy between two successive time steps. This method was effective but lacks a theoretical foundation.

Try the theoretical way: Exploring a theoretically sound method based on Page 213 of the attached thesis. (https://theses.fr/2018LYSEC043?domaine=theses)

$$c_p \left(\frac{\partial \rho T}{\partial t} + \mathrm{div}\left(\rho \vec{u} T\right) \right) = -\mathrm{div}\left(\vec{\varphi}\right) \qquad \text{(A.3)}$$

avec $\vec{u}$ la vitesse du fluide, P la pression statique, T la température, $\boldsymbol{\sigma}_v$ le tenseur des contraintes visqueuses, φ le flux de chaleur, ρ la masse volumique du fluide et c_p la capacité thermique. L'opérateur $\otimes$ est le produit tensoriel. L'équation de conservation de l'énergie totale (A.3) est écrite sen température. L'influence des forces de volume est négligé dans l'équation de la conservation de la quantité de mouvement (A.2). La puissance thermique générée par les forces visqueuses est négligée dans l'équation de conservation de l'énergie.

A.4.3 Champ de température

La condition de **densité de flux constante imposée** permet de réaliser la même décomposition pour la température :

$$T(x,y) = a_T\, x + \widehat{T}(x,y) \tag{A.67}$$

avec

$$\widehat{T}(x,y) = \widehat{T}(x+L,y)$$

L'expression du gradient de température après décomposition devient :

$$\vec{\nabla}T(x,y) = \vec{\nabla}\widehat{T}(x,y) + a_T\vec{e}_x \tag{A.68}$$

En insérant l'Eqn. (A.67) dans l'équation de conservation de l'énergie Eqn. (A.3) (en régime permanent), un terme source S_T apparaît permettant la résolution du problème[6] sur la variable $\widehat{T}$:

$$c_p \mathrm{div}\left(\rho\widehat{T}\vec{u}\right) = -\mathrm{div}\left(\vec{\varphi}_{\widehat{T}}\right) - c_p \underbrace{\mathrm{div}\left(\rho\vec{u}\, a_T x\right)}_{S_T} \tag{A.69}$$

L'hypothèse d'incompressibilité conduit à :

$$\begin{aligned} S_T &= \cancel{c_p a_T x \mathrm{div}\left(\rho\vec{u}\right)} + \vec{\nabla}a_T x \cdot \rho\vec{u}c_p && \text{(A.70)}\\ &= a_T\vec{e}_x \cdot \rho\vec{u}c_p && \text{(A.71)}\\ &= a_T\rho u_x c_p && \text{(A.72)} \end{aligned}$$

L'expression de a_T s'obtient via un bilan sur l'ensemble du domaine Ω :

$$\int_\Omega \mathrm{div}\left(\rho c_p\widehat{T}\vec{u}\right)\, dV = -\int_\Omega \mathrm{div}\left(\vec{\varphi}_{\widehat{T}}\right)\, dV - \int_\Omega a_T\rho u_x c_p\, dV \tag{A.73}$$

qui devient, grâce au théorème de Green-Ostrogradski :

$$\int_{\partial\Omega} \rho c_p\widehat{T}\vec{u}\cdot d\vec{S} = -\int_{\partial\Omega} \vec{\varphi}_{\widehat{T}}\cdot d\vec{S} - \int_\Omega a_T\rho u_x c_p\, dV \tag{A.74}$$

6. Les dépendances en x et y ont été enlevées pour plus de clarté.

Le terme de gauche s'annule, à cause de la condition de périodicité. Le premier terme de droite vaut φS et le dernier terme de cette équation se calcule comme :

$$\begin{aligned} \int_\Omega a_T\rho u_x c_p\, dV &= a_T c_p \int_\Omega \rho u_x\, dV\\ &= a_T c_p \int_{x=0}^{L}\int_S \rho u_x dS dx\\ &= a_T c_p \dot{m} L \end{aligned}$$

Ainsi l'expression de a_T est :

$$a_T = \frac{\varphi S}{\dot{m} c_p L} \tag{A.75}$$

From my understanding of the derivation, $\varphi * S$ is the integral of heat flux over the surfaces of each boundary element (calculated using cs_post_boundary_flux in my code). $\dot{m}$ represents the mass flow rate, L is the length of the domain in the *x* direction, so a_T remains constant for all cells at each time step. The variation in S_T across different cells is due to differences in u_x.

I have implemented this in cs_user_heatsourceterm_0305.c (attached). However, the simulation keeps crashing because the source term is too large.

(Runaway computation:

At least one field exceeded allowed bounds (see log).).