1 Explication du calcul de recherche de paroi obstacle

Lors du calcul IDA, il faut calculer pour chaque élément du milieu la contribution de chaque paroi dans le rayonnement. Or, certaines parois peuvent ne pas voir l'élément du fait de la présence d'une autre paroi qui ferait obstacle dans certaines configuration géométrique (paroi cylindrique par exemple). Il faut donc effectuer un calcul pour vérifier qu'il n'y a pas de paroi qui fait interférence entre l'élément et la frontière. Pour cela, on va utiliser des propriétés de la géométrie analytique.

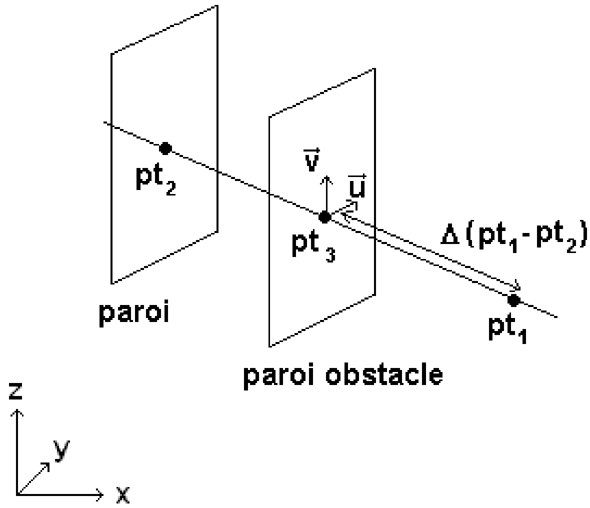

Figure 1: schéma explicatif de l'intersection d'une droite et d'un plan

1.1 Droite

Notre droite est définie par 2 points. Le point central de l'élément (pt1) et le point central de la paroi(pt2). Notre droite est un vecteur à 3 composantes (x,y,z) qui s'exprime de cette façon :

$$D = \begin{pmatrix} x_{pt1} + \Delta(x_{pt2} - x_{pt1}) \\ y_{pt1} + \Delta(y_{pt2} - y_{pt1}) \\ z_{pt1} + \Delta(z_{pt2} - z_{pt1}) \end{pmatrix} \tag{1}$$

L'équation de la droite donne tout les points sur la droite reliant le pt1 et le pt2. Le coefficient Δ représente un coefficient de la longueur, si le coefficient est négatif, cela donnera un point situé à l'opposé du pt2 par rapport au pt1, si le coefficient est supérieur à 1, cela donnera un point situé après le pt2, si le coefficient est compris entre 0 et 1, cela donnera un point situé entre le pt1 et le pt2. On comprend aisément que si le point d'intersection entre une face et la droite se situe entre le pt1 et le pt2, la face est un obstacle. On aura donc un coefficient Δ compris entre 0 et 1. (voir figure 1)

1.2 Plan

Notre plan est défini par 1 point et 2 vecteurs. Le point correspond au point central de notre plan (ici la face dont on veut vérifier si elle va faire obstacle ou non). Les 2 vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont construit à partir des vecteurs $\vec{x}$,$\vec{y}$,$\vec{z}$ de la face. Une face étant composée d'au moins 2 vecteurs parmi $\vec{x}$,$\vec{y}$,$\vec{z}$ et comme il faut obligatoirement 2 vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ non nuls, nous avons construit ces deux vecteurs de la façon suivante :

$$\vec{u} = \vec{x} + \frac{1}{2}\vec{y} \tag{2}$$

$$\vec{v} = \frac{1}{2}\vec{y} + \vec{z} \tag{3}$$

Les coordonnées des points situés dans ce plan sont données par le système d'équation suivant :

$$\mathcal{P} = \begin{pmatrix} x_{pt3} + \mu\vec{u}_x + \lambda\vec{v}_x \\ y_{pt3} + \mu\vec{u}_y + \lambda\vec{v}_y \\ z_{pt3} + \mu\vec{u}_z + \lambda\vec{v}_z \end{pmatrix} \tag{4}$$

1.3 Intersection

À l'intersection, on a les coordonnées de la droite et du plan qui sont confondus, on a donc :

$$x_{pt1} + \Delta(x_{pt2} - x_{pt1}) = x_{pt3} + \mu\vec{u}_x + \lambda\vec{v}_x \tag{5}$$
$$y_{pt1} + \Delta(y_{pt2} - y_{pt1}) = y_{pt3} + \mu\vec{u}_y + \lambda\vec{v}_y \tag{6}$$
$$z_{pt1} + \Delta(z_{pt2} - z_{pt1}) = z_{pt3} + \mu\vec{u}_z + \lambda\vec{v}_z \tag{7}$$

soit :

$$\Delta(x_{pt2} - x_{pt1}) - \mu\vec{u}_x - \lambda\vec{v}_x = x_{pt3} - x_{pt1} \tag{8}$$
$$\Delta(y_{pt2} - y_{pt1}) - \mu\vec{u}_y - \lambda\vec{v}_y = y_{pt3} - y_{pt1} \tag{9}$$
$$\Delta(z_{pt2} - z_{pt1}) - \mu\vec{u}_z - \lambda\vec{v}_z = z_{pt3} - z_{pt1} \tag{10}$$

que l'on peut écrire sous la forme $\mathcal{A}\mathcal{X}$=$\mathcal{B}$, avec $\mathcal{A}$ une matrice, $\mathcal{B}$ un vecteur et $\mathcal{X}$ le vecteur des inconnues Δ, μ et λ. On obtient :

$$\underbrace{\begin{pmatrix} (x_{pt2} - x_{pt1}) & \vec{u}_x & \vec{v}_x \\ (y_{pt2} - y_{pt1}) & \vec{u}_y & \vec{v}_y \\ (z_{pt2} - z_{pt1}) & \vec{u}_z & \vec{v}_z \end{pmatrix}}_{\mathcal{A}} \underbrace{\begin{pmatrix} \Delta \\ -\mu \\ -\lambda \end{pmatrix}}_{\mathcal{X}} = \underbrace{\begin{pmatrix} x_{pt3} - x_{pt1} \\ y_{pt3} - y_{pt1} \\ z_{pt3} - z_{pt1} \end{pmatrix}}_{\mathcal{B}} \tag{11}$$

On obtient $\mathcal{X}$ et donc nos inconnues par l'opération :

$$\mathcal{X} = \mathcal{A}^{-1}\mathcal{B} \tag{12}$$

Pour rappel, pour une matrice $\mathcal{A}$ s'écrivant :

$$\mathcal{A} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix} \tag{13}$$

L'inverse de cette matrice s'écrit :

$$\mathcal{A}^{-1} = \frac{1}{det\ \mathcal{A}} \begin{pmatrix} ei - fh & ch - bi & bf - ce \\ fg - di & ai - cg & cd - af \\ dh - eg & bg - ah & ae - bd \end{pmatrix} \tag{14}$$

avec $det\mathcal{A}$:

$$det\ \mathcal{A} = a(ei - fh) - d(bi - ch) + g(bf - ce) \tag{15}$$

1.4 Résolution

On va seulement chercher à résoudre Δ. La valeur du Δ nous permettra de voir si le point d'intersection entre le plan et la droite se situe entre les 2 points ou non. En effet, si la valeur de Δ est comprise entre 0 et 1, cela signifie que le point d'intersection entre le plan et la droite se situe entre les 2 points de la droite. On cherche donc à résoudre l'équation suivante :

$$\Delta = \frac{1}{det\ \mathcal{A}}\left[(\vec{u}_y\vec{v}_z - \vec{v}_y\vec{u}_z)(x_{pt3} - x_{pt1}) + (\vec{v}_x\vec{u}_z - \vec{u}_x\vec{v}_z)(y_{pt3} - y_{pt1}) + (\vec{u}_x\vec{v}_y - \vec{v}_x\vec{u}_y)(z_{pt3} - z_{pt1})\right] \quad (16)$$

Sachant que $\vec{u}_z$ et $\vec{v}_x$ sont forcement égaux à 0, on obtient :

$$\boxed{\Delta = \frac{1}{det\ \mathcal{A}}\left[\vec{u}_y\vec{v}_z(x_{pt3} - x_{pt1}) - \vec{u}_x\vec{v}_z(y_{pt3} - y_{pt1}) + \vec{u}_x\vec{v}_y(z_{pt3} - z_{pt1})\right]} \quad (17)$$

avec $det\ \mathcal{A}$:

$$det\ \mathcal{A} = (x_{pt2} - x_{pt1})(\vec{u}_y\vec{v}_z - \vec{v}_y\vec{u}_z) - (y_{pt2} - y_{pt1})(\vec{u}_x\vec{v}_z - \vec{v}_x\vec{u}_z) + (z_{pt2} - z_{pt1})(\vec{u}_x\vec{v}_y - \vec{v}_x\vec{u}_y) \quad (18)$$

$$\boxed{det\ \mathcal{A} = (x_{pt2} - x_{pt1})\vec{u}_y\vec{v}_z - (y_{pt2} - y_{pt1})\vec{u}_x\vec{v}_z + (z_{pt2} - z_{pt1})\vec{u}_x\vec{v}_y} \quad (19)$$